

KAFES SİSTEMLERİN GERİLME, YER DEĞİŞTİRME, BURKULMA VE DOĞAL FREKANS KISITLARI ALTINDA OPTİMUM TASARIMI

Cem Celal TUTUM
İ.T.Ü. ROTAM, Makine Yük. Müh.

ÖZET: *Bu çalışmada düzlemsel kafes sistemlerin belirli bir yükleme koşulu altında gerilme, yer değiştirme, burkulma ve doğal frekans kısıtlarına göre optimum tasarımı incelenmiştir. Ele alınan kafes sistemlerde, düğüm noktalarının yerleri değişmemektedir. Tasarım değişkeni olarak kafes sistem elemanlarının kesit alanları kullanılarak boyut optimizasyonu uygulanmıştır. Ayrıca optimizasyon işlemi sırasında belirli bir minimum kesit alanı değerine ulaşmış elemanlar, kafes sistemin rijitliğine katkısı olmayacağı düşüncesiyle sistemden çıkarılmıştır. Optimizasyon problemindeki amaç kafes sistemin kütlemini mümkün olan en küçük değere çekmektir. Kafes sistemlerin statik ve dinamik davranışlarına ilişkin bilgiler MATLAB’te yazılan sonlu elemanlar programı kullanılarak elde edilmiş, optimizasyon için ise MATLAB’teki doğrusal olmayan programlama algoritması olan SQP (Sequential Quadratic Programming) yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen ilk sonuçlar, belirli karşılaştırma problemleri ile kıyaslandıktan sonra kafes sistemdeki eleman sayısı artırılmaya çalışılmıştır. Eleman sayısı arttıkça süre üstel olarak artmaya başlamıştır. Çözüm süresini kısaltmak için sonlu elemanlar yöntemi uygulanırken elde edilen katılık ve kütle matrislerinin simetrik ve de bol sıfırlı yapısından yararlanarak LU (Lower Upper) Ayırıklaştırma yöntemi kullanılmış ve daha kısa sürede çözülmesi sağlanmıştır.*

Anahtar Kelimeler: *Yapısal Optimizasyon, Kafes Sistemler, Sonlu Elemanlar Metodu*

1. GİRİŞ:

Kafes sistemler sadece eksenleri boyunca yük taşıyan ve düğüm noktaları denilen noktalarda birleştirilen çubuklardan oluşur. Yükler kafes sistemin düğüm noktalarına uygulanır. Kafes sistemler, yapısal eleman olarak kullanılmasının yanı sıra sürekli bir ortamı ayırıklaştırmak için de kullanılır ve bu özelliği sebebiyle de optimal topolojinin araştırıldığı birçok problemde göz önüne alınmaktadır.

Kafes sistemlerin optimum tasarımında farklı tasarım değişkenleri veya kısıtları uygulanmaktadır. Şekil optimizasyonunda düğüm noktalarına hareket etme serbestliği verilmiştir. Tasarım değişkeni olarak, boyut optimizasyonundaki kesit alanı değişkenine ilave olarak düğüm noktalarının global koordinatları alınır. Bu tip problemlerde genellikle penaltı yöntemleri kullanılmaktadır, düğüm noktalarının yer değiştirmesi ile ilgili kısıt bilgisi amaç fonksiyonunun içersine yerleştirilerek kısıtsız optimizasyon problemi çözülür [1]. Uygun penaltı değerinin belirlenmesi önemli bir husustur. Çünkü dış veya iç penaltı yöntemlerinde çözüm, ancak penaltı parametrelerinin belirlenen limit yaklaşımı sonunda elde edilir. Augmented Lagrange Multiplier Yöntemi kullanıldığında bu sorun ortadan kaldırılır çünkü penaltı katsayısının belirli bir değeri için kesin çözüm bulunur, yakınsama kısıtı yoktur fakat Lagrange çarpanlarının önceden bulunması gerekir [2-5].

Kafes yapıların tasarımında, her türlü çalışma koşuluna yönelik çeşitli kısıtlar göz önüne alınabilir [6]. Bu çalışmada gerilme, yer değiştirme, burkulma ve doğal frekans kısıtlarını sağlayan, belirli bir yükleme koşuluna göre minimum ağırlığa sahip kafes sistemler araştırılmıştır. Yapıların statik ve dinamik davranışlarının elde edilmesi için sonlu elemanlar

yöntemi kullanılmış, optimizasyon yöntemi için ise SQP algoritması seçilmiştir [7]. Hem sonlu elemanlar programı, hem de optimizasyon için gerekli programlar Matlab 6.0'da hazırlanmıştır. İlk başta on eleman içeren bir sistem çözülmüş, daha sonrasında eleman sayısı artırılarak iki yüz elemana kadar çıkarılmıştır. Eleman sayısı arttıkça çözüm süresi üstel olarak artmıştır. Çözüm süresini kısaltmaya yönelik sonlu elemanlar modelinin çözümü için LU Ayırıklaştırma yöntemi dahil edilmiştir [8, 9].

2. OPTİMİZASYON PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU:

2.1. Kısıtlı Optimizasyon Problemi

Kısıtlı optimizasyon problemlerinde, amaç fonksiyonunun belirli eşitlik ve eşitsizlik kısıtları altında minimum ya da maksimum değeri aranır. Amaç ya da kısıt fonksiyonlarının hepsi doğrusal ise kısıtlı optimizasyon problemi LP (Linear Programming) problemi olarak tanımlanır. Optimizasyon problemini tanımlayan fonksiyonlardan herhangi birisi doğrusal değil ise problem NLP (Nonlinear Programming) problemi olarak nitelendirilir.

2.2. SQP (Sequential Quadratic Programming) Algoritması

SLP (Sequential Linear Programming) algoritmasının en büyük kusuru rasgele seçilen hareket limitleridir. Hareket limit parametresinin küçük seçilmesi durumunda, yakınsama hızı optimum noktaya yaklaşıldıkça çok azalabilir. Tersisi durumda büyük hareket limit parametresi seçildiğinde ise lineerleştirilmiş kısıtların kullanılmasından dolayı problemler çıkabilir; örneğin, orijinal problem konveks iken, kısıtların lineerleştirilmesi sonucu problem sınırsız (unbounded) hale gelebilir.

SQP'de ise bu olumsuzluk hareket limitinin dolaylı yoldan lineerleştirilmiş amaç fonksiyonuna eklenmesi ile giderilmiştir. Bu durumda amaç fonksiyonu ikinci dereceden bir fonksiyondur. Kısıt fonksiyonları ise halen lineerdir. Sonuç olarak yön bulma alt problemi artık QP (Quadratic Programming) problemine dönüşmüştür. QP Alt Problemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\text{Min. } \nabla f(x^k)d + \frac{1}{2}d^T H d$$

$$\text{Şu kısıtlar altında: } \begin{cases} h_i(x^k) + \nabla h_i(x^k)^T d = 0 \rightarrow i = 1, 2, \dots, p \\ g_i(x^k) + \nabla g_i(x^k)^T d \leq 0 \rightarrow i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2.1)$$

(2.1) denklemindeki H (Hessian) matrisinin,

$$H = \nabla^2 f + \sum_{i=1}^m u_i \nabla^2 g_i + \sum_{i=1}^p v_i \nabla^2 h_i \quad (2.2)$$

(2.2) denklemindeki gibi ifade edilmesi iki yönden zorluk çıkarmaktadır; Fonksiyonların ikinci türevlerinin hesaplanması gerektiğinden sayısal hesaplamalar zorlaşır ve Lagrange fonksiyonunun Hessian matrisi pozitif belirli olmayabilir, bu durumda amaç fonksiyonuna eklenen ikinci dereceden terim de pozitif olmayabilir.

Bu zorlukları aşmak için BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanon) yöntemi ile oluşturulmuş pozitif belirli bir Hessian kullanılır. İlk adımda Hessian olarak birim matris kullanılır ve her adımda bir yenilenir.

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + \frac{\gamma \gamma^T}{q^T s} - \frac{H^{(k)} s s^T H^{(k)}}{s^T H^{(k)} s}$$

$$s = x^{(k+1)} - x^{(k)}, \Rightarrow q = \nabla_x L^{(k+1)} - \nabla_x L^{(k)}$$

$$\nabla_x L = \nabla f + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i + \sum_{i=1}^p v_i \nabla h_i$$

$$\gamma = \theta q + (1 - \theta) H^{(k)} s \quad (2.3)$$

$$\left(\begin{array}{l} 1.0 \Leftrightarrow q^T s \geq 0.2 s^T H^{(k)} s \\ \left(\frac{0.8 s^T H^{(k)} s}{s^T H^{(k)} s - q^T s} \Leftrightarrow q^T s < 0.2 s^T H^{(k)} s \right) \end{array} \right)$$

Hessian matrisinin yenilenme şekli (2.3) numaralı denklem setinde gösterilmiştir. Arama yönü belirlendikten sonra arama yönü boyunca gidilecek adım miktarı tespit edilir. Bunun için ikinci dereceden ya da üçüncü dereceden interpolasyon kullanılabilir. Adım miktarı hesaplandıktan sonra yeni değişken değeri belirlenir.

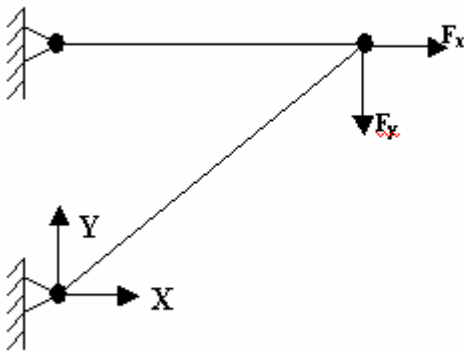
$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} d^{(k)} \quad (2.4)$$

(2.4) numaralı denklemde $x^{(k+1)}$ yeni tasarım değişkenini, $x^{(k)}$ şu anki tasarım değişkenini, α adım miktarını ve de d araştırma yönünü göstermektedir. Eğer $\|d^{(k)}\|$ belirli bir tolerans değerinden küçük ise iterasyon durdurulur. Aksi takdirde QP problemine geri dönülür ve yeni arama yönü hesaplanır. Arama yönü ile ilgili tolerans sağlandığı zaman (amaç fonksiyonu daha fazla azaltılmadığı zaman) elde edilen $x^{(k+1)}$ vektörü kısıtlı optimizasyon probleminin minimum noktasını verir.

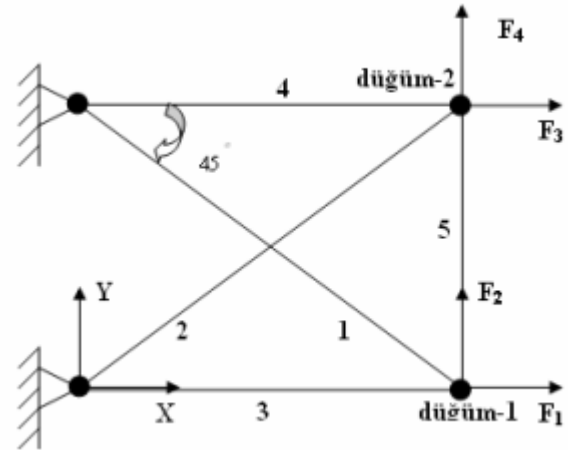
3. KAFES SİSTEMLER VE ÖRNEKLER

3.1. Hiperstatik Kafes Sistemlerin Çözümü

İzostatik kafes sistemlerde, çubuklardaki kuvvetler düğüm noktalarında yazılan denge denklemleri ile hesaplanabilir (Şekil 3.1). Hiperstatik sistemlerde, denge için gerekli olandan daha fazla sayıda çubuk ya da destek vardır (Şekil 3.2). Bu tip sistemlerde denge denklemleri çözüm için yeterli değildir. Uygunluk ve bünye denklemleri gibi başka bağıntıların kullanılması gerekir.



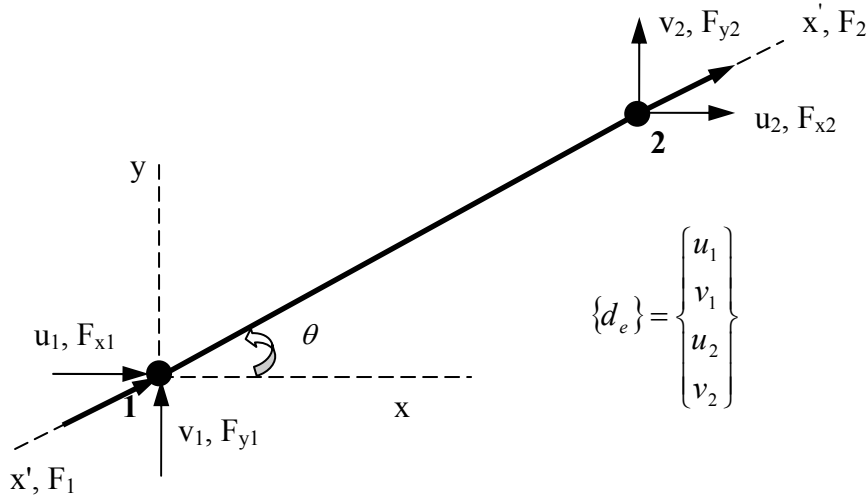
Şekil 3.1: İzostatik Kafes Sistem



Şekil 3.2: Hiperstatik Kafes Sistem

3.2. Kafes Sistemlerin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Çözümü

Kafes sistemin düğüm noktaları sonlu eleman modelinin düğüm noktaları durumundadır. Kafes sistemin her bir çubuğu, sonlu eleman modelinde birer eleman ile temsil edilmiştir. Çubuk elemanlar yalnızca doğrultuları boyunca yük taşırlar, eğilme yükü taşımazlar. Bu sebeple sonlu elemanlar modelinde de çubukların her bir düğüm noktasında iki serbestlik derecesi mevcuttur. Dış kuvvetler yalnızca çubukların düğüm noktalarına uygulanır.



Şekil 3.3: Düzlem Çubuk Elemanının Lokal ve Global Koordinatlardaki Gösterimi

Şekil 3.3'te tanımlanan x' eksenini lokal koordinatlardaki çubuk eksenini, x ve y eksenleri ise global koordinatları (iki serbestlik derecesi mevcut) belirtmektedir.

$$[k_e]\{d_e\} = \{F_e\} \quad (3.1)$$

(3.1) numaralı denklemde $\{F_e\}$ global koordinatlarda elemanın düğüm noktalarına uygulanan kuvvet vektörünü, $\{d_e\}$ global koordinatlardaki yer değiştirme vektörünü ve de $[k_e]$ global koordinatlar cinsinden eleman katılık matrisini temsil etmektedir.

$$[k_e] = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow [k] = [T]^T [k_e] [T] = k \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

(3.2) numaralı denklemde kullanılan c ve s terimleri sırasıyla $\cos(\theta)$ ve $\sin(\theta)$ fonksiyonlarını temsil etmektedir, k 'nin açılımı ise,

$$k = \frac{AE}{L} \quad (3.2)$$

şeklindedir ve de eksenel katılık adını alır.

Kafes sistemdeki bütün çubukların global koordinatlardaki element katılık matrisleri (3.3)'te görüldüğü üzere tek bir katılık matrisinde toplanabilir. Elde edilen lineer denklem sistemi rahatlıkla çözülebilir.

$$[K]\{D\} = \{W\} \Rightarrow \{D\} = [K]^{-1}\{W\} \quad (3.3)$$

Çubuk elemanın dinamik davranışının incelenmesinden kastedilen doğal frekans analizinin yapılmasıdır. Optimizasyon probleminde bizi ilgilendiren sistemin birinci doğal frekansının elde edilmesi ve de sistemin rezonansa girmemesi için bu değer belirlenir ve bu değerin belirli bir değerden daha yüksek olması istenmesidir. Bunun için ilk önce çubuk elemanın kütle matrisi oluşturulmalıdır. Kütle matrisinin elde edilmesi için de aynı katılık matrisinin elde edilmişinde referans alınan Şekil 3.3 geçerlidir.

$$[m_e] = m \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow [m] = [T]^T [m_e] [T] = m \begin{bmatrix} 2c^2 + 2s^2 & 0 & c^2 + s^2 & 0 \\ 0 & 2c^2 + 2s^2 & 0 & c^2 + s^2 \\ c^2 + s^2 & 0 & 2c^2 + 2s^2 & 0 \\ 0 & c^2 + s^2 & 0 & 2c^2 + 2s^2 \end{bmatrix}$$

(3.4) numaralı denklemde $[m]$ matrisi, global koordinatlar cinsinden kütle matrisini göstermektedir ve m 'nin açılımı şu şekildedir,

$$m = \frac{\rho AL}{6} \quad (3.5)$$

Bu denklemde ρ , malzemenin yoğunluğunu göstermektedir.

Sistemin doğal frekansının hesaplanması için çözülmesi gereken özdeğer problemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$([K] - w^2[M])\{\phi\} = \{0\} \quad (3.6)$$

Bu denklemde $[K]$ matrisi sistemin katılık matrisini, $[M]$ matrisi sistemin kütle matrisini, w_i^2 sistemin i .nci doğal frekansının karesini 'rad/sn' cinsinden ve de $\{\phi_i\}$ sistemin i .nci titreşim mod şeklini göstermektedir [10-13].

$$([K] - w^2[M])\{\phi\} = \{0\} \Rightarrow ([K] - w^2[M]) = 0 \quad (3.7)$$

3.3. LU Ayrıklaştırma Yöntemi

Herhangi bir A matrisini, iki matrisin çarpımı şeklinde yazmak mümkündür,

$$L U = A \quad (3.8)$$

Denklem (3.8)'deki L alt üçgen matrisi (diyagonal ve diyagonalin altındaki elemanlar) ve U üst üçgen matrisi (diyagonal ve diyagonalin üstündeki elemanlar) 4×4 'lük bir matrisin LU şeklinde ayrıklaştırılması aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Lineer denklem sistemi şu şekilde verilmiş olsun,

$$A x = y \Rightarrow A x = (L U) x = L (U x) = y \quad (3.10)$$

(3.10) numaralı denklemde gerekli dönüşüm yapıp \mathbf{x} vektörü çözülebilir,

$$(\mathbf{U} \mathbf{x}) = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{L} \mathbf{b} = \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{U} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (3.11)$$

Herhangi bir A matrisini iki farklı matrisin çarpımı şeklinde ifade etmek kolaylıklar sağlamaktadır, çünkü oluşturulan iki matris de basit formdadır ve bunların çözümleri de kolay elde edilir.

3.4. Kafes Sistem Optimizasyonunun Matematiksel İfadesi

Bu çalışmadaki optimizasyon probleminin amacı belirli yükleme koşulları için gerilme, yer değiştirme, burkulma ve doğal frekans kısıtlarına göre minimum ağırlığa sahip kafes sistemlerin bulunmasıdır [14-15]. Buna göre amaç fonksiyonunu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz,

$$\text{Minimum Ağırlık} \Rightarrow \text{Min.} \left(\sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i \right) \quad (3.12)$$

Gerilme, yer değiştirme ve frekans kısıtlarının tanımlanabilmesi için limitlerin belirlenmesi gerekir. Gerilme kısıtıyla istenen her bir çubukta oluşan gerilmelerin, çubuklarda kullanılan malzemenin akma gerilmesinden küçük değerde olmasıdır. σ_{ak} malzemenin akma gerilmesi ve σ_i çubuklardaki gerilmeler olmak üzere, gerilme kısıtları aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

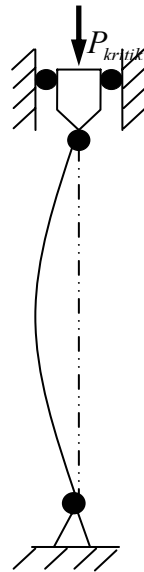
$$\|\sigma_i\| \leq \sigma_{ak} \quad i=1, \dots, n \quad (3.13)$$

Yer değiştirme kısıtları ve doğal frekans kısıtları da gerilme kısıtlarına benzer olarak doğrudan tanımlanabilir. Belirli düğüm noktaları için belirli bir yer değiştirme limiti tanımlanır, ayrıca sistemin ilk doğal frekansının belirli bir frekans değerinden yüksek olması istenir.

$$\|d_i\| \leq d_{max} \quad i=1, \dots, n \quad (3.14)$$

$$w_{kritik} \leq w_1 \quad i=1, \dots, n \quad (3.15)$$

Burkulma ile ilgili kısıtları ifade edebilmek için öncelikle kritik burkulma yükünün ve de burkulma gerilmesinin ifade edilmesi gerekir.



Şekil 3.4: Çubuğun Kritik Yük Altında Burkulması

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi bir çubuğun eksenini boyunca, belirli kritik bir yükün zorlaması altında burkulma problemi yaşanır. Euler burkulma yükü diye tanımlanan bu kritik yük şu şekilde gösterilebilir,

$$P_{kritik} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.16)$$

(3.16) numaralı denklemde ifade edilen E çubuğun elastisite modülünü, I alan atalet momentini ve de L çubuğun boyunu vermektedir. Bu ifadeden yararlanarak kritik burkulma gerilmesi oluşturulabilir,

$$\sigma_{kritik} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \quad (3.17)$$

Dairesel sabit bir kesite sahip çubuk elemanı için alan atalet momenti, kesit yarıçapına (R) (3.18)'deki gibi bağlıdır [16–18],

$$I = \frac{\pi}{4} R^4 \quad (3.18)$$

Bu denklemden de görüldüğü gibi burkulma problemindeki kritik yükün hesaplanmasında kesit yarıçapının büyük rolü vardır. Bu çalışmada tasarım değişkeni olarak kesit alanları kullanıldığından, alan atalet momentinin kesit yarıçapı yerine kesit alanları cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bunun için şöyle bir yaklaşım izlenmiştir,

$$I = \beta A^2, \quad (3.19)$$

$$I = \beta A^2 = \beta(\pi^2 R^4) = \frac{\pi}{4} R^4 \Rightarrow \beta = \frac{1}{4\pi}$$

(3.19) denklemi, (3.17) numaralı denklemde yerine konursa,

$$\sigma_{kritik} = \frac{\pi^2 E \beta A^2}{AL^2} = \frac{\pi^2 E \beta A}{L^2} = \frac{\pi EA}{4L^2} \quad (3.20)$$

elde edilir. Kritik burkulma gerilmesinin (3.20)'deki gibi ifade edilmesi ile birlikte önceden doğrusal olmayan kısıt denklemi, tasarım değişkeni cinsinden (hiçbir yaklaşıklık kabulü yapmadan) doğrusal hale getirilmiş olur, bundan sonra burkulma kısıtı tanımına geçilebilir. Burkulma problemi, basma kuvvetlerine maruz elemanlarda ortaya çıktığından,

$$-\sigma_i - \sigma_{kritik} \leq 0 \quad (3.21)$$

şeklindeki tanım çekmeye zorlanan elemanlar için doğrudan sağlanırken (pasif kısıt) basmaya maruz çubuk elemanları için ise aktif burkulma kısıtını ifade etmektedir.

Bütün bu kısıtların dışında tasarım değişkenlerini doğrudan etkileyen boyut kısıtları vardır. Ele alınan kafes sistem optimizasyon probleminde çözüm ararken fiziksel bir çelişkiye düşülmemesi için (negatif kesit alanları bulunmaması için) kesit alanları için minimum bir değer belirlenmelidir.

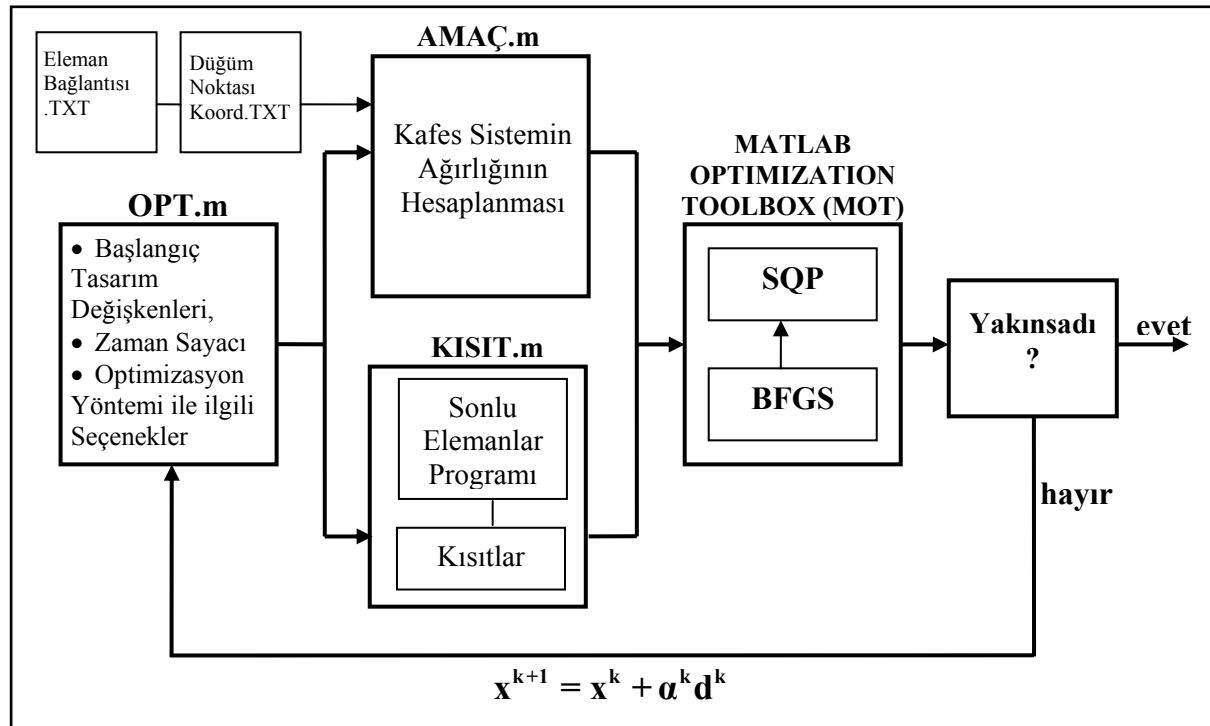
$$A_i \geq A_{\min} \quad (3.22)$$

3.5. Optimizasyon Probleminin MATLAB Yardımıyla Çözümü

Şekil 3.5’te kafes sistem optimizasyonu ile ilgili olarak MATLAB kullanılarak oluşturulmuş bir kısıtlı optimizasyon döngüsü görülmektedir. Döngünün işleyişinin anlaşılabilmesi için temel döngü elemanları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

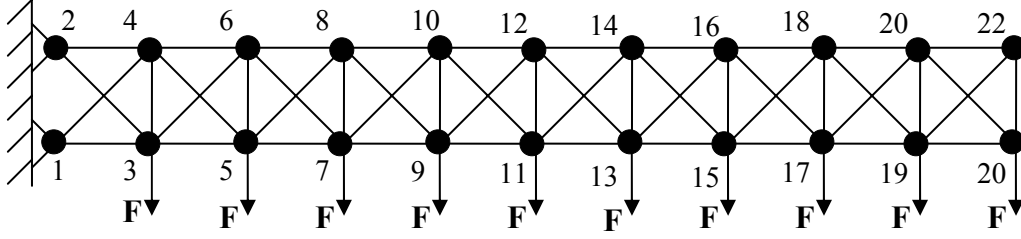
- **Eleman Bağlantısı.TXT:** Kafes sistemi oluşturan herbir elemanın hangi düğüm noktalarından oluştuğunu bildirir,
- **Düğüm Noktası Koord.TXT:** Kafes sistemdeki düğüm noktalarının global koordinatlarını bildirir,
- **OPT.m:** Optimizasyon döngüsünün başlangıcında kullanılacak ilk tasarım değişken değerlerini içeren vektörü, zaman sayacını, kullanılacak optimizasyon algoritmasını ve algoritmanın verimli çalışmasını sağlayacak parametreleri ayarlayan fonksiyonları içerir,
- **AMAÇ.m:** “Eleman Bağlantısı.TXT” ve “Düğüm Noktası.TXT” dosyalarını okuyarak minimum değeri aranacak olan kafes sistemin ağırlığını hesaplar,
- **KISIT.m:** Kafes sistemin statik ve dinamik davranışı ile ilgili bilgileri oluşturan sonlu elemanlar programı ile gerilme, yer değiştirme, burkulma ve doğal frekanslarla ilgili kısıtları içerir,
- **MOT:** “OPT.m” dosyasında seçilen optimizasyon (SQP) ve Hessian yenileme (BFGS) algoritmalarını içerir.

Döngünün sonunda ilerleme adımı belirli bir tolerans değerinden küçük ise optimum tasarım değişkeni elde edilmiş olur ve de döngü sonlanır, aksi halde yeni tasarım değişkenleri aramak üzere döngü tekrarlanır.

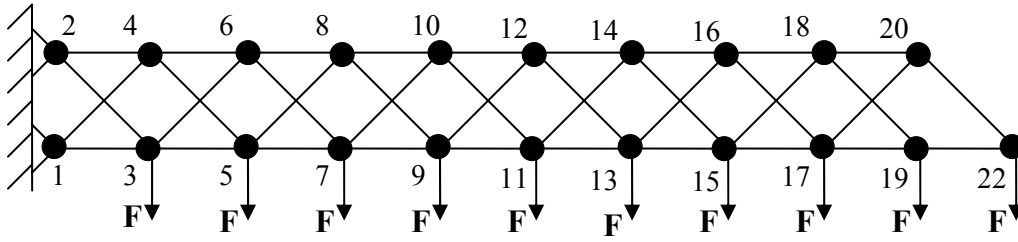


Şekil 3.5: MATLAB’de oluşturulan Optimizasyon Döngüsü

3.6.2 Elli elemandan oluşan kafes sistem



Şekil 3.8: Elli Elemandan Oluşan Kafes Sistemin Başlangıçtaki Geometrisi



Şekil 3.9: Elli Elemandan Oluşan Kafes Sistemin Optimizasyon Sonucu

Tablo 3.2: Elli Elemandan Oluşan Sistemin Çözümü

Eleman Numarası	Kesit Alanı (mm ²)	Eleman Numarası	Kesit Alanı (mm ²)
1	18304.54	26	10892.04
2	18191.18	27	7355.85
3	129072.06	28	33508.25
4	128991.93	29	31007.74
6	18191.18	31	7355.85
7	14655.00	32	7242.43
8	105766.17	33	20685.18
9	103265.66	34	20605.05
11	14655.00	36	7242.43
12	14541.58	37	3706.25
13	82620.54	38	12863.13
14	82540.41	39	10362.62
16	14541.58	41	3706.25
17	11005.39	42	3592.89
18	64475.93	43	5201.34
19	61975.42	44	5121.21
21	11005.39	46	3592.89
22	10892.04	48	2540.57
23	46491.58		
24	46411.45		

4.SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada belirli bir yükleme koşulu altında gerilme, yer değiştirme, burkulma ve doğal frekans kısıtlarına göre minimum ağırlığa sahip düzlem kafes sistem çözümü aranmıştır. Ele alınan kafes sistemlerde, düğüm noktalarının yerleri değişmemektedir. Tasarım değişkeni olarak çubukların kesit alanları alınmıştır. Optimizasyon probleminde çubuklar için belirli bir minimum kesit alanı değeri göz önünde bulundurulmuş, buna göre optimizasyon işlemi sonucunda bu değeri alan elemanlar sistemden atılmıştır.

Kafes sistemlerin statik ve dinamik davranışlarına ilişkin bilgiler sonlu eleman yöntemi kullanılarak elde edilmiş, optimizasyon için ise SQP yöntemi kullanılmıştır. 10 elemandan başlanarak 200 eleman sayısına kadar çıkmıştır. Eleman sayısı arttıkça çözüm süresi üstel olarak artmaya başlamıştır. Çözüm süresini azaltmak için sonlu elemanlar yöntemi kullanılırken elde edilen katılık ve kütle matrislerinin simetrik ve de bol sıfırlı yapısından faydalanarak LU Ayrıklaştırma yöntemi kullanarak daha kısa sürede çözülmesi sağlanmıştır.

Çubukların kesit alanlarının yanı sıra çubukların malzemesi de birer tasarım değişkeni olarak kullanılabilir. Bu durumda optimum malzeme dağılımı da bulunmuş olur. Ayrıca kafes sistemdeki deformasyonların lineer olduğu kabul edilmiştir, bu kabul yanında doğrusal olmayan geometrik davranış da incelenebilir [19-20].

Gradyan tabanlı yöntemlerde tasarım değişkenlerinin sayısı arttıkça başlangıç değerinin seçilmesi önemli bir kistas olmaktadır. Bunun için optimizasyon problemi iki fazlı halde çalıştırılabilir. Birinci fazda, optimizasyon adımlarına başlamadan önce kullanılan başlangıç değerini daha iyi belirlemek için rasgele arama yöntemleri kullanılabilir, gerekirse daha düşük bir yakınsama kriteri belirlenir. Bu fazda elde edilen çözüm, ikinci fazda SQP algoritmasının başlangıç noktası olarak kullanılabilir. Böylece yakınsama hızlandırılmış olur.

Tablo 4.1’de LU ayrıklaştırma yöntemi kullanıldığında elde edilen çözüm sürecindeki kazanç ortaya konmuştur.

Tablo 4.1: Çözüm Sürelerinin Karşılaştırılması

Hiçbir iyileştirme yapılmadığı zaman hesaplanan CPU süresi		LU Ayrıklaştırma Yöntemi kullanıldığında hesaplanan CPU süresi	
10 Eleman (2 Hücre)	3.20	10 Eleman (2 Hücre)	1.97
25 Eleman (5 Hücre)	14.56	25 Eleman (5 Hücre)	8.42
50 Eleman (10 Hücre)	433.14	50 Eleman (10 Hücre)	206.26
75 Eleman (15 Hücre)	742.65	75 Eleman (15 Hücre)	322.89
100 Eleman (20 Hücre)	1793.94	100 Eleman (20 Hücre)	661.09
125 Eleman (25 Hücre)	3485.16	125 Eleman (25 Hücre)	1283.74
150 Eleman (30 Hücre)	6975.63	150 Eleman (30 Hücre)	2545.85
200 Eleman (40 Hücre)	26158.61	200 Eleman (40 Hücre)	9477.76

5.KAYNAKLAR

- [1] **Gil, L., Andreu, A.**, “Shape and cross-section optimization of a truss structure”, *Computers&Structures*, **79**: 681-689, **2000**.
- [2] **Bhatti, M.A.**, “Practical Optimization Methods-With Mathematica Applications”, Springer-Verlag, **2000**.
- [3] **Arora, J.S.**, “Introduction to Optimum Design”, McGraw-Hill Book Company, Singapore, **1989**.
- [4] **Vanderplaats, G.N.**, “Numerical Optimization Techniques For Engineering Design With Applications”, McGraw-Hill Book Company, **1984**.
- [5] **Luenberger, D.G.**, “Introduction to Linear And Nonlinear Programming”, Addison-Wesley Publishing Compony, **1973**.
- [6] **Haftka, R.T., Gürdal, Z., Kamat, M.P.**, “Elements of Structural Optimization”, Kluwer Academic Publishers, **1990**.
- [7] **Matlab**, “Optimization Toolbox-For Use With Matlab”, The MathWorks Company, **2000**.
- [8] **Press, W.H.**, “Numerical recipes in C: the art of scientific computing”, Cambridge University Press, **1992**.
- [9] **Penny, J., Lindfield, G.**, “Numerical Methods Using Matlab”, Ellis Horwood, **1995**.
- [10] **Kwon, Y.W., Bano, H.**, “The Finite Element Method Using Matlab”, CRC Pres, **2000**.
- [11] **Smith, I.M., Griffiths, D.V.**, “Programming the Finite Element Method”, John Wiley & Sons, **1997**.
- [12] **Kanchi, M.B.**, “Matrix Methods of Structural Analysis”, John Wiley & Sons, **1993**.
- [13] **Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E., Witt, R.J.**, “Concepts And Applications Of Finite Element Analysis”, John Wiley & Sons, **2000**.
- [14] **Bendsøe, M.P., Sigmund, O.**, “Topology Optimization-Theory, Methods, and Applications”, Springer-Verlag, **2003**.
- [15] **Pedersen, N.L., Nielsen, A.K.**, “Optimization of practical trusses with constraints on eigenfrequencies, displacements, stresses, and buckling”, *Struct. Multidisc. Optim.*, **25**: 436-445, **2003**.
- [16] **Craig, R.R.**, “Mechanics of Materials”, John Wiley & Sons, **2000**.
- [17] **Gu, Y.X., Zhao, G.Z., Zhang, H.W., Kang, Z., Grandhi, R.V.**, “Buckling design optimization of complex built-up structures with shape and size variables”, *Struct. Multidisc. Optim.*, **19**: 183-191, **2000**.
- [18] **Ülker, M., Hayalioğlu, M.S.**, “Optimum Design of Space Trusses with Buckling Constraints by Means of Spreadsheets”, *Turk J. Engin Environ. Sci.*, **25**: 355-367, **2000**.
- [19] **Salajegheh, E.**, “Structural optimization using response approximation and optimality criteria methods”, *Engineering Structures*, **19**: 527-532, **1997**.
- [20] **Khot, N.S., Kamat, M.P.**, “Minimum Weight Design of Truss Structures with Geometric Nonlinear Behavior”, *AIAA*, **23**:139-145, **1985**.

6. ÖZGEÇMİŞ

Cem Celal Tutum 1980'de İstanbul'da doğdu. Liseyi 1994–1998 yılları arasında Kabataş Erkek Lisesi'nde okudu. İstanbul Teknik Üniversitesi (İ.T.Ü.), Makine Mühendisliği Bölümü'nden 2002 yılında mezun oldu. Yüksek lisans eğitimini 2002-2005 yılları arasında İ.T.Ü., Katı Cisimlerin Mekanığı Programı'nda tamamladı. 2003–2004 yılları arasında Figes A.Ş.'de çalıştı. 2005 yılından itibaren, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi bünyesinde kurulmuş olan Rotorlu Hava Araçları Tasarım ve Mükemmeliyet Merkezi'nde (ROTAM) çalışmakta ve de İ.T.Ü., Makine Mühendisliği Bölümü'nde doktora eğitimini sürdürmektedir.